TEMA	**II – Grandezas e Medidas**
HABILIDADE	**D13 - Resolver problema envolvendo a área total e/ou volume de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).**
CONTEÚDOS	**Geometria Plana e Espacial**

APRESENTAÇÃO

Professor(a),

O objetivo dessa sequência didática é tratar dos cálculos da área total e/ou volumes de um sólido em situações problema.

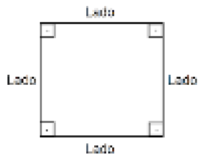
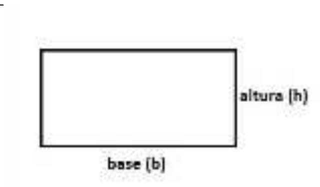
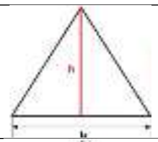
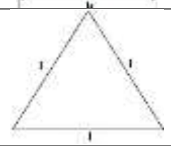
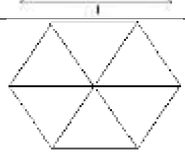
Importante mostrar ao estudante que medir é uma atividade que está presente no cotidiano das pessoas. O estudo desse campo tem forte motivação empírica envolvendo cálculo de volumes e capacidades de recipientes.

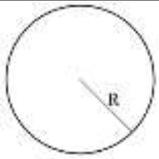
Duração: 6 aulas

Professor(a), uma sugestão é partir de uma revisão do cálculo de área de figuras planas para depois trabalhar com o volume de sólidos. Para entendimento do cálculo total de área, um trabalho voltado para visualizar as partes de um sólido através de sua planificação, facilitaria o entendimento das fórmulas. Atualmente, existem vários aplicativos que facilitam o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos geométricos como, por exemplo, o Geogebra, Geometria Calculadora, Geometryx etc.

ATIVIDADE 1

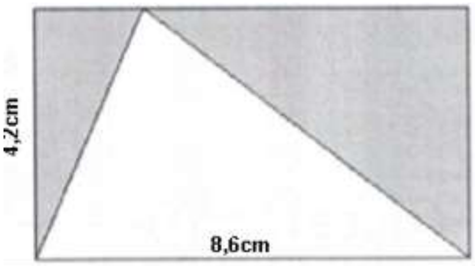
Professor(a), revise o cálculo de áreas das principais figuras planas usadas nos sólidos geométricos:

Figura plana	Imagem	Fórmula da área
Quadrado		**Área = (Lado)²**
Retângulo		**Área = b·h**
Triângulo		**Área =** $\frac{b \cdot h}{2}$
Triângulo equilátero		**Área =** $\frac{l^2\sqrt{3}}{4}$
Hexágono regular		**Área =** $\frac{3l^2\sqrt{3}}{2}$

Círculo		**Área =** πR^2

Resolva a questão:

1.(PROEB). Na figura abaixo, ABCD é um retângulo, com 8,6 cm de comprimento e 4,2 cm de altura.



A área da superfície hachurada é:
(A) 12,80 cm²
(B) 18,06 cm²
(C) 25,60 cm²
(D) 36,12 cm²
(E) 53,76 cm²

Resolução:

Calculando as duas áreas:

Área do retângulo (A_R):
$A_R = 8,6 \times 4,2 = 36,12$ cm²

Área do triângulo (A_T):
$A_T = \frac{8,6 \ x \ 4,2}{2} = 18,06$ cm²

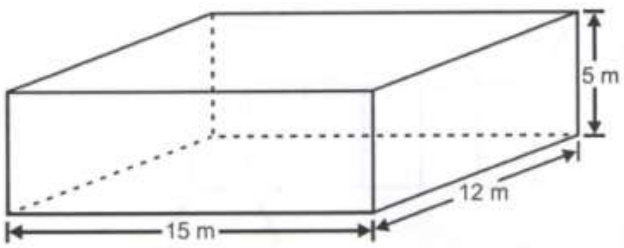
Área hachurada (A):
$A = A_R - A_T = 36,12 - 18,06 = 18,06$ cm²

Na questão anterior, foram utilizadas aplicações de áreas de figuras planas como meio de reforçar o conhecimento, nas atividades seguintes serão explorados os conceitos de área total e volume de sólidos geométricos aplicados na forma de problema.

ATIVIDADE 2

Resolva as questões.

1. (PAEBES). Para o abastecimento de água tratada de uma pequena cidade, foi construído um reservatório com a forma de um paralelepípedo retângulo, conforme a representação abaixo.



A capacidade máxima de água desse reservatório é de

(A) 135 m³
(B) 180 m³
(C) 450 m³
(D) 550 m³
(E) 900 m³

Resolução:

O volume de um paralelepípedo é dado pelo produto de suas três dimensões:

$$V = 15 \times 12 \times 5 = 900 \text{ m}^3$$

2. Uma caixa em formato de cubo será forrada com um tecido. Se as arestas da caixa medem 1,5 m, qual é o mínimo de tecido necessário para forrá-la?

(A) 6,5 m²
(B) 10,5 m²
(C) 13,5 m²
(D) 15,5 m²
(E) 17,5 m²

Resolução:

A área total do cubo é dada por:

Área total = 6 x (aresta)² = 6 x (1,5)² = 6 x 2,25 = 13,5 m²

3. (Pucsp) Um prisma reto é tal que sua base é um triângulo equilátero cujo lado mede $4\sqrt{3}$ cm e o seu volume é igual ao volume de um cubo de aresta medindo mede $4\sqrt{3}$ cm. A área total desse prisma, em centímetros quadrados, é

(A) $24\sqrt{3}$
(B) $192\sqrt{3}$
(C) $204\sqrt{3}$
(D) $216\sqrt{3}$
(E) $228\sqrt{3}$

Resolução:
A área da base do prisma (A_B):

$$A_B = \frac{l^2\sqrt{3}}{4} = \frac{(4\sqrt{3})^2\sqrt{3}}{4} = 12\sqrt{3}\ cm^2$$

Volume do prisma triangular = volume do cubo:

A_B x h = (aresta)³ → $12\sqrt{3}$ x h = $(4\sqrt{3})^3$ → $12\sqrt{3}$ x h = $192\sqrt{3}$ → h = 16 cm

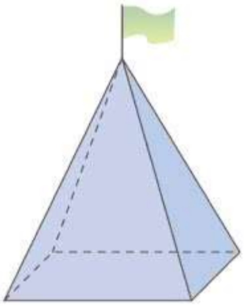
Área lateral do prisma (A_L):

A_L = 3 x ($4\sqrt{3}$ x 16) = $192\sqrt{3}$ cm²

Área total do prisma (A):

A = 2 x (A_B) + A_L = 2 x $12\sqrt{3}$ + $192\sqrt{3}$ = $216\sqrt{3}$ cm²

4. (Vunesp) O prefeito de uma cidade pretende colocar em frente à prefeitura um mastro com uma bandeira, que será apoiado sobre uma pirâmide de base quadrada feita de concreto maciço, como mostra a figura.



Sabendo-se que a aresta da base da pirâmide terá 3 m e que a altura da pirâmide será de 4 m, o volume de concreto (em m³) necessário para a construção da pirâmide será:

(A) 36
(B) 27
(C) 18
(D) 12
(E) 4

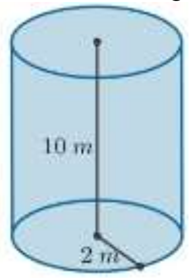
Resolução:
A área da base da pirâmide (A_B):

A_B = (lado)² = 3² = 9 m²

Volume da pirâmide (V):

$$V = \frac{A_B \cdot H}{3} = \frac{9 \cdot 4}{3} = 12\ m^3$$

5. Um reservatório em formato cilíndrico possui raio igual a 2 metros e sua altura é de 10 metros, como mostra a imagem a seguir. Qual é o volume desse reservatório? (considere π = 3,14).



Resolução:
Volume do cilindro (V):
$$V = \pi R^2 H = 3{,}14 \cdot 2^2 \cdot 10 = 125{,}6\, m^3$$

(A) 125,6 m^3
(B) 115,6 m^3
(C) 100,6 m^3
(D) 75,6 m^3
(E) 15,6 m^3

6. (UECE) Um cilindro circular reto de altura 7 cm tem volume igual a 28π cm³. A área total desse cilindro, em cm², é:

(A) 30π
(B) 32π
(C) 34π
(D) 36π
(E) 38π

Resolução:
Volume do cilindro (V):
$$V = \pi R^2 H = 28\pi \rightarrow \pi R^2 \cdot 7 = 28\pi \rightarrow R = 2\ cm$$

Área total do cilindro (A_T):
$$A_T = 2 \cdot (\pi R^2) + 2\pi R H = 2 \cdot (\pi \cdot 2^2) + 2\pi \cdot 2 \cdot 7 = 36\pi\ cm^2$$

7. (Cefet- SC) Dado um copo em forma de cilindro e outro de forma cônica de mesma base e altura. Se eu encher completamente o copo cônico com água e derramar toda essa água no copo cilíndrico, quantas vezes terei que fazê-lo para encher completamente esse copo?

(A) Apenas uma vez.
(B) Duas vezes.
(C) Três vezes.
(D) Uma vez e meia.
(E) É impossível saber, pois não se sabe o volume de cada sólido.

Resolução:
Como o volume do cone é 1/3 do volume de um cilindro com mesma base e altura, conclui-se que é necessário derramar três vezes para encher completamente o copo cilíndrico.

8. (PUC-MG) Um monte de areia tem a forma de um cone circular reto, com volume V= 4π m^3. Se o raio da base é igual a dois terços da altura desse cone, pode-se afirmar que a medida da altura do monte de areia, em metros, é:

(A) 2
(B) 3
(C) 4
(D) 5
(E) 6

Resolução:
Volume do cone (V):
$$V = \frac{\pi R^2 H}{3} = 4\pi \rightarrow \frac{\pi(\frac{2}{3}H)^2 \cdot H}{3} = 4\pi \rightarrow \frac{4H^3}{9} = 12 \rightarrow H = 3\ m$$

9. (CEMIG – Fumarc 2010). O volume de uma esfera de raio R é (4/3)πR³. Se um balão esférico é inflado até que o seu raio seja quadruplicado, então o seu volume é aumentado pelo fator:

(A) 1024
(B) 256
(C) 64
(D) 164
(E) 32

Resolução:

Dada a razão entre o volume final e inicial da esfera:

$$\frac{(\frac{4}{3})\pi(4R)^3}{(\frac{4}{3})\pi R^3} = \frac{64R^3}{R^3} = 64$$